

Modélisation et analyse mathématique découlements de fluides minces: de l'océanographie à la lubrification

Cours M2: Proposition 2009/2010 (2nd semestre)

Enseignant : P. Noble

Objectifs : L'objectif de ce cours est d'introduire les principales équations aux dérivées partielles (E.D.P.) permettant de modéliser l'écoulement d'un fluide mince et à surface libre, les applications possibles concernant principalement l'océanographie. Partant du système complet de Navier-Stokes ou Euler à surface libre, on montrera comment obtenir des modèles plus simples au moyen de développement asymptotiques formels. Pour les équations les plus simples, on présentera des méthodes pour prouver l'existence de solutions.

- **I Une hiérarchie de modèles** Présentation des équations de Navier-Stokes et Euler à surface libre. Obtention formelle d'une hiérarchie de modèles selon qu'on parte de Euler ou de Navier-Stokes: Primitives, Boussinesq, Géostrophique, Saint Venant. Equations scalaires: Burgers, KdV, Benney.
- La suite du cours concerne essentiellement une étude mathématique des équations de Saint Venant visqueuses et non visqueuses et la relaxation d'un système de Saint Venant avec terme source couramment utilisé en hydrologie vers une équation scalaire de type Burgers non visqueux ou visqueux
- **II Solutions fortes locales pour les équations de Saint Venant avec ou sans viscosité** Estimations sur le système linéarisé, Mise en place d'un schéma de point fixe, Borne uniforme sur les grandes normes, Convergence en "petite norme".
- **III Passage à la limite faible viscosité ou relaxation** On s'intéresse essentiellement à la convergence des solutions "visqueuses" vers les solutions faibles entropiques dans le cas scalaire et (selon le temps disponible) dans le cas 2*2. Relaxation d'un système de Saint Venant vers une équation de Burgers.

Bibliographie

- H. Brezis : *Analyse fonctionnelle, Théorie et Applications*
- L.C. Evans : *Partial Differential Equations*
- P. Gérard, S. Alinhac : *Opérateurs pseudo-différentiels et théorème de Nash-Moser*
- J. Pedlosky: *Geophysical Fluid Dynamics.*
- S. Candel : *Mécanique des fluides*
- A. Miranville, R. Temam : *Mathematical Modelling in continuum physics*