

Cours de logique M2R au premier semestre
Notions de base en théorie des modèles
(Proposition de programme)

Dans une première partie (environ deux tiers du cours) nous présenterons aux étudiants les notions et les outils classiques de la théorie des modèles. Pendant le troisième tiers nous discuterons particulièrement des théories de *corps* dans le contexte de la *stabilité*, un sujet particulièrement actif en recherche actuelle.

Aucune connaissance préalable en logique mathématique n'est requise. Pour certaines preuves nous aurons besoin de notions de base de la théorie des ensembles ou de la topologie, traitées dans la première partie du cours de Melleray. Une connaissance en théorie des corps de base sera utile.

Fondations

1. La logique de premier ordre : syntaxe et sémantique.
2. Classes élémentaires et théories. Équivalence et inclusion élémentaire. Critère de Tarski-Vaught. Théorème de Löwenheim-Skolem descendant. Réunions de chaînes élémentaires.
3. Ultraproduits, et le Théorème de compacité. Théorème de Löwenheim-Skolem ascendant.
4. Types et espaces de types. Existence et unicité des modèles saturés et homogènes. Théorème d'omission de types, Théorème de Ryll-Nardzewski, modèles premiers.
5. Élimination de quanteurs, et le critère du va-et-vient. Modèle-complétude. Corps algébriquement clos. Corps réels clos.

Corps et Stabilité

1. Stabilité. La propriété d'ordre. Indiscernables. Indépendance et deviation.
2. Propriétés de la stabilité. Rang de Lascar, rang de Morley. Théories superstables et ω -stables. Modèles premiers pour les théories ω -stables.
3. Exemples. Corps algébriquement clos. Corps différentiels, corps différentiellement clos. Corps séparablement clos.