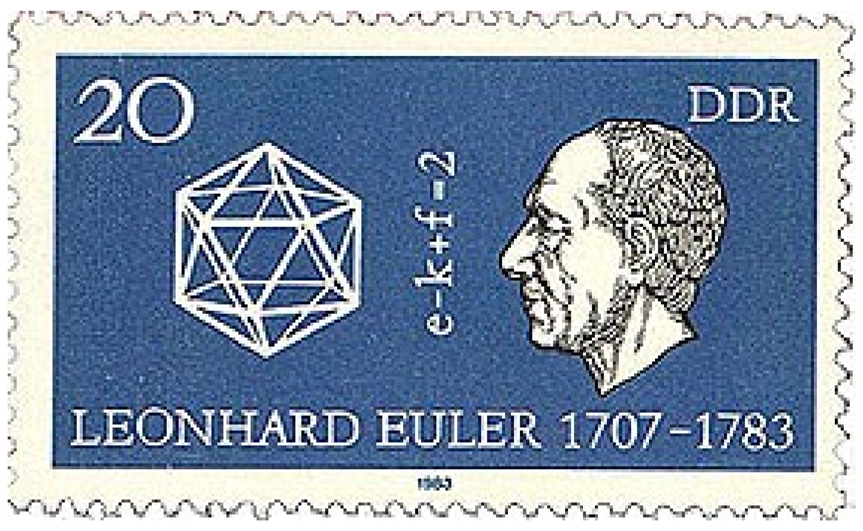
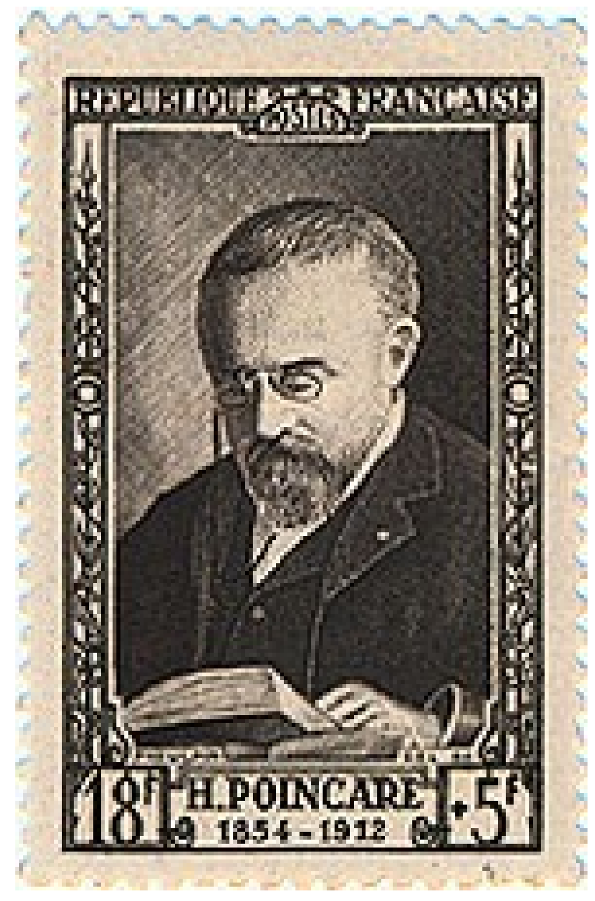
La formule d'Euler - Poincaré



Au XVIIIe siècle, le Suisse **Léonhard Euler (1707-1783)** fut le principal artisan de l'essor de l'analyse qu'il réorganisa autour du concept fondamental de fonction. Il devint complètement aveugle à l'age de 58 ans. Grâce à sa mémoire phénoménale, il fut capable de continuer son travail et produisit ainsi près de la moitié de son oeuvre.



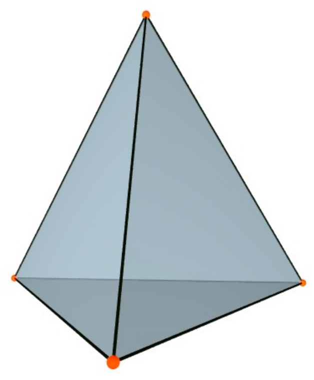
Le Français **Jules Henri Poincaré (1854-1912)** fut sans doute le dernier savant à dominer l'ensemble des mathématiques de son époque et à faire progresser leurs diverses branches. Sa production scientifique est énorme et ses idées novatrices sont encore largement étudiées et développées de nos jours.

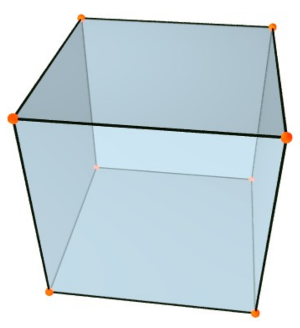
On ne le confondra pas avec son cousin Raymond (1860-1934) qui fut Président de la IIIe République.

Les polyèdres

Réguliers

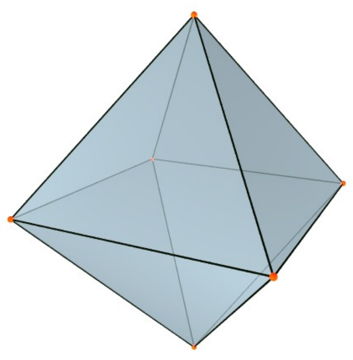
Tétraèdre

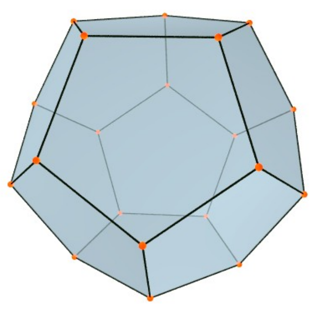




Cube

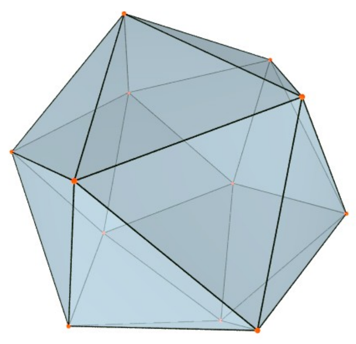
Octaèdre





Dodécaèdre

Icosaèdre



Dans les polyèdres réguliers, il existe une relation entre :

- le nombre de faces (F) ;
- le nombre d'arêtes (A) ;
- le nombre de sommets (S).

Hâtons nous de le vérifier…

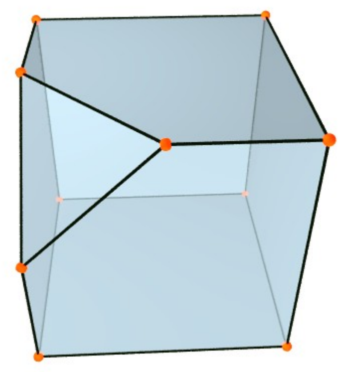
	F	A	S	F–A+S
Tétraèdre	4	6	4	2
Cube	6	12	8	2
Octaèdre	8	12	6	2
Dodécaèdre	12	30	20	2
Icosaèdre	20	30	12	2

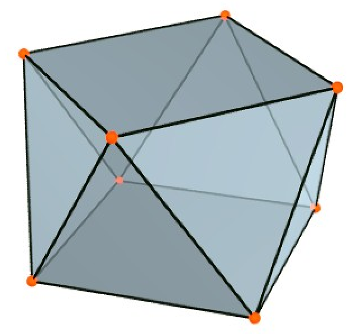
C'est la formule d'Euler-Poincaré :

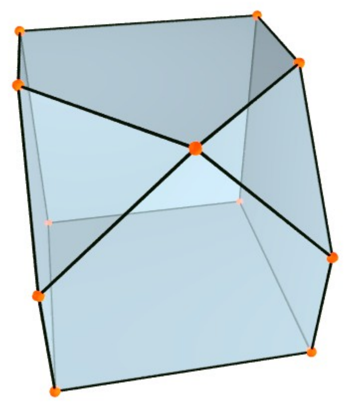
F–A+S = 2

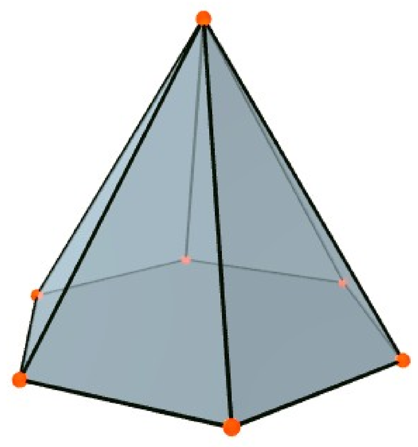
Pouvez-vous convaincre quelqu'un de la validité de cette formule ?

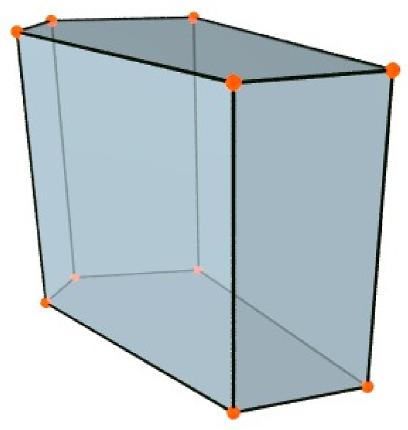
Quelconques

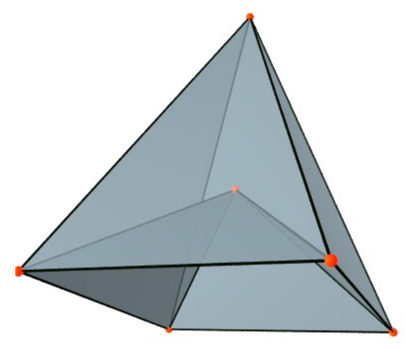










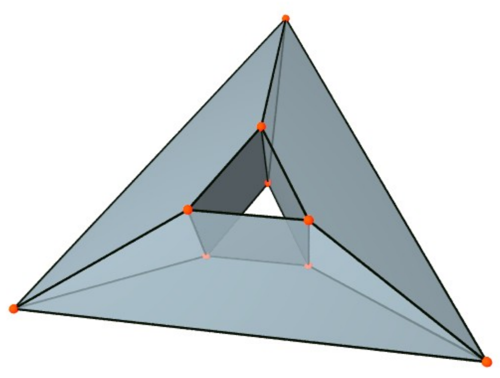


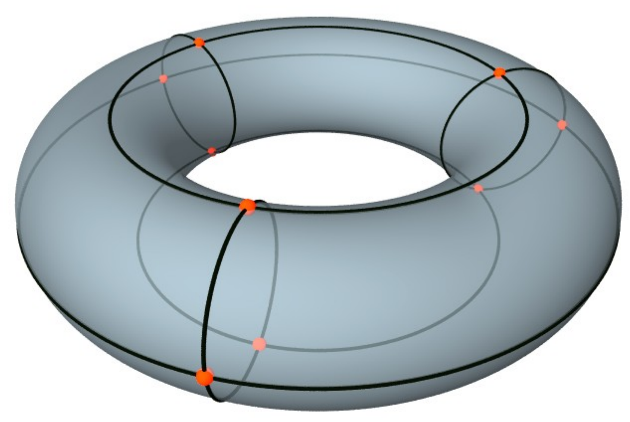
Et si on gonflait ?

Si on suppose que le polyèdre est fait de matière élastique, il est possible de le gonfler jusqu'à obtenir un ballon sur lequel on peut repérer les arêtes qui délimitent les faces des polygones par les coutures. C'est le cas du ballon de foot.

La formule est-elle encore valable ?

Que se passe-t-il pour une bouée ?





Dessins réalisés à l'aide du logiciel libre POV-Ray (www.povray.org)

ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE LYON

Umpa
Unité de mathématiques pures et appliquées
École normale supérieure de Lyon, CNRS UMR 5669

CNRS
CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE